

波動音響シミュレータによる指向性の精度検証

鈴木 淑正[†] 中島 弘史^{††} 中臺 一博^{††} 荒井 隆行[†] 長谷川雄二^{††}

[†] 上智大学

^{††} (株) ホンダ・リサーチ・インスティテュート・ジャパン

E-mail: [†]{toshim-s,arai}@sophia.ac.jp, ^{††}{nakajima,nakadai,hasegawa}@jp.honda-ri.com

あらまし 近年、コンピュータの性能向上によって、波動音響理論に基づいた数値シミュレーション（波動音響シミュレーション）が実用的な時間で利用可能になってきた。波動音響シミュレーションは、自由音場などの理想的環境下では、高精度なシミュレーションが報告されている。しかし、実環境の高精度なシミュレーションは非常に困難であり様々な課題がある。その中のひとつとして、多くのシミュレータでは音源を点音源として扱うため、指向性を持つスピーカーなどの音源は高精度に再現できないという課題がある。指向性音源を再現する研究はいくつか報告例があるが、高精度かつ実用的なものは少ない。指向性の再現には、正確な音の伝播が必要となるが、空間を格子上に離散化させる差分法においては、音源から等距離でも伝播方向によっては、数値分散の影響が異なるため計算誤差が生じる。本研究では差分法を用いて、まず、自由音場での無指向性点音源を対象とした精度検証を行った。次に、その応用として指向性を有するスピーカ音源を対象とし、模擬スピーカモデルを点音源に付加するという比較的簡単なモデル化で、指向性音源をシミュレーションできることを示す。

キーワード 数値シミュレーション 波動音響 コンパクト差分法 指向性

The design of a directional sound source for numerical simulation based on wave acoustics.

Toshimasa SUZUKI[†], Hirofumi NAKAJIMA^{††}, Kazuhiro NAKADAI^{††}, Takayuki ARAI[†], and Yuji HASEGAWA^{††}

[†] Sophia University

^{††} Honda Research Institute Japan Co., Ltd

E-mail: [†]{toshim-s,arai}@sophia.ac.jp, ^{††}{nakajima,nakadai,hasegawa}@jp.honda-ri.com

Abstract Thanks to improvements in computer performance, numerical simulation based on wave acoustics works in practical time with off-the-shelf computers. Such a numerical simulation method accurately estimates a sound field when it is a simple and simulated environment like a free sound field. However, this method has difficulties in simulating a real-world acoustic environment. One of issues for real-world simulation is to deal with a sound directivity. Thus, most numerical simulators assume a point sound source to avoid this issue. Indeed, several studies to cope with a sound directivity have been reported, but, the accuracy and practical utility are insufficient for real-world simulation, because an accurate sound propagation model is necessary to deal with a sound directivity. We use a compact finite difference method based on sound field digitization which has an accurate sound propagation model. However, this method also has a problem, that is, two points are simulated differently even when they are located with the same distance from the sound source due to the difference in the effect of their numerical dispersion. In this paper we, first, confirm the performance of our method by using an omni-directional point source in a free sound field. After that, we show that our method is able to simulate a directional sound source accurately using a combination of a simple loudspeaker and a point source model.

Key words numerical simulation, wave acoustics, compact finite difference, directivity

1. ま え が き

室内音響設計や騒音対策では、シミュレーションによる音の伝播予測は大きな役割を持つ。音響シミュレーションは幾何音響シミュレーションと波動音響シミュレーションという2つの手法に大きく分けることができる。幾何音響シミュレーションは音を線として扱う簡素なアルゴリズムであるため、大きな空間のシミュレーションを実用的な計算時間で行うことができ、コンサートホールにおける残響時間などの音響特性予測に用いられている [1] [2]。しかし、音の波動性を考慮していないため、位相干渉、回折、固有モードといった現象を精確に再現できない。一方、波動音響シミュレーションは波動方程式を数値的に解くアルゴリズムであるため、理論的には波動としての性質を精確に再現できる。この手法は計算量が大きいと波長に比べ小さな空間の問題しか解けないという問題があったが、近年のコンピュータの性能向上に伴い、現実的な計算時間である程度の大きさの問題を解くことが出来るようになり、多くの研究報告がある [3] [4] [5]。しかし、精度を詳細に検証した研究報告は自由音場、半自由音場などの理想的環境下におけるシミュレーションが多く、実環境下における高精度なシミュレーションの研究例は少ない。

我々は、シミュレーション結果を逆フィルタなど信号処理での利用を考慮し、振幅、位相ともに実測に対して相対誤差1%以下となる高精度なシミュレーションの実現を目的として、実環境下での波動音響シミュレータの精度向上に関する研究を進めている。本稿では高精度な実環境シミュレーションを実現する第一歩として、指向性に関する検証を試みた。従来のシミュレーションにおける音源は無指向性点音源であったが、実環境では一般に音源は指向性を有するため、実環境シミュレーションの精度に影響を与える。高精度な指向性の再現のためには正確な音の伝播が必要となるが、空間を格子状に離散化させる差分法においては、等距離の伝播であっても、その間に存在する格子点の数が違うことより、計算精度に差が生じる。本研究では伝播方向に対する計算誤差を検証した。

以降、2章では用いたシミュレータの計算手法の説明を行う。3章では指向性を再現するための課題と対策について述べる。4章では、自由音場における指向性再現のための精度検証を行った。5章では、応用として指向性を有するスピーカを対象とし、模擬スピーカモデルと点音源モデルを併用して、指向性音源のシミュレーションの可能性を示す。6章で本稿のまとめを述べた。

2. シミュレータにおける計算手法の説明

本研究では、波動音響計算ソフト COMFIDA ver.2.03(日東紡音響エンジニアリング)を利用した。本シミュレータはコンパクト差分法に基づいた高精度な波動音響シミュレータである。本章では本シミュレータの計算手法の基礎である差分法について、またコンパクト差分法について簡単に説明する。

2.1 波動音響シミュレーションの基礎

波動伝播を表す波動方程式は、式 (1) の運動方程式と式 (2)

の連続の式によって導かれる。 p は音圧、 \mathbf{v} は速度ベクトル、 c は音速、 ρ は密度を表す。

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\rho c^2 \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (2)$$

波動音響シミュレーションは、この基本方程式を離散化し、数値的に解くことで、厳密解に近い波動伝播の解析を可能にする。現在提案されている手法としては、方程式を直接的に離散する時間領域差分法 (FDTD:Finite Difference in Time Domain) や、積分してから離散化する有限要素法 (FEM:Finite Element Method)、境界要素法 (BEM:Boundary Element Method) などがある。

2.2 コンパクト差分

本研究では基本的な時間領域差分法を発展させたコンパクト差分法という手法を用いた。差分法とは、微分値を差分により離散化して近似解を求める手法である。例として式 (3) はスタガード格子上で、 $f(x)$ における $\pm\Delta x/2$ 周りのテイラー展開より導くことができる Δx^2 の誤差を含む (2次精度の) $f'(x)$ の近似式である。

$$f'(x) = \frac{f(x + \Delta x/2) - f(x - \Delta x/2)}{\Delta x} \quad (3)$$

波動方程式に対して空間微分の項に2次精度の差分式を、時間微分の項に1次精度の差分式を代入する陽解法という手法が最もシンプルな差分法である。近似精度を向上するためには、後に述べる数値分散の影響を考慮して、波長に対して空間格子間隔を小さくする必要があるが、計算時間が増加してしまう。これに対して、コンパクト差分は、近くの格子点の微分値を連立する陰的な差分を行うことで、格子間隔が波長に比べて比較的大きい場合でも精度良く微分値を評価できる手法である [6]。

式 (4) はスタガード格子上でコンパクト差分を用いた微分値の評価式である。

$$\begin{aligned} f'(x) + \alpha(f'(x + \Delta x) + f'(x - \Delta x)) \\ = b \frac{f(x + 3\Delta x/2) - f(x - 3\Delta x/2)}{3\Delta x} \\ + a \frac{f(x + \Delta x/2) - f(x - \Delta x/2)}{\Delta x} + e \end{aligned} \quad (4)$$

$$a = \frac{3}{8}(3 - 2\alpha), b = \frac{22\alpha - 1}{8}, e = \frac{9 - 62\alpha}{1920} \Delta x^4 f^{(5)}(x) \quad (5)$$

α はパラメータで e は誤差項である。各係数間に式 (5) の関係がある。 $\alpha = 1/22$ とすると、式 (4) の右辺第一項が消去され、少ない格子点での高精度な差分近似が可能となる。

3. 指向性を再現するための課題と対策

指向性を再現するための重要な課題として、伝播する方向によって音の速度や減衰率が異なるということがある。この原因は主に空間の離散化誤差と数値分散である。本章ではそれぞれについて説明する。

3.1 空間の離散化誤差

音源からの距離が同じ複数の観測点で音圧を評価することを考える。差分法では空間が格子状に離散化されているため厳密に等距離の評価点が存在しない場合があり、誤差の原因となる。この課題の解決策として、近い複数の評価点の値から補間により近似する、評価点を近い格子点に移動するなどの対策がある。本稿では後者の対策を施した。相対誤差は0.01dB程度である。

3.2 数値分散

数値分散とは波長(λ)に対する空間格子間隔(ΔL)の比率により計算上での伝播速度が変わる現象である。 $\lambda/\Delta L$ の値が低いほど計算精度は悪化し、その計算誤差は伝播するほど大きくなっていく[7]。

例として、格子50個だけ離れた点における数値分散が及ぼす影響を時間波形により確認する。 ΔL を固定し、ガウシアン波形の音源周波数を変えることで $\lambda/\Delta L$ を17, 8.5, 5.67, 4.25と変化させた。音源波形と、離れた点での応答波形をFig. 1に示す。Fig. 1より $\lambda/\Delta L$ の値が17, 8.5の場合は評価点にお

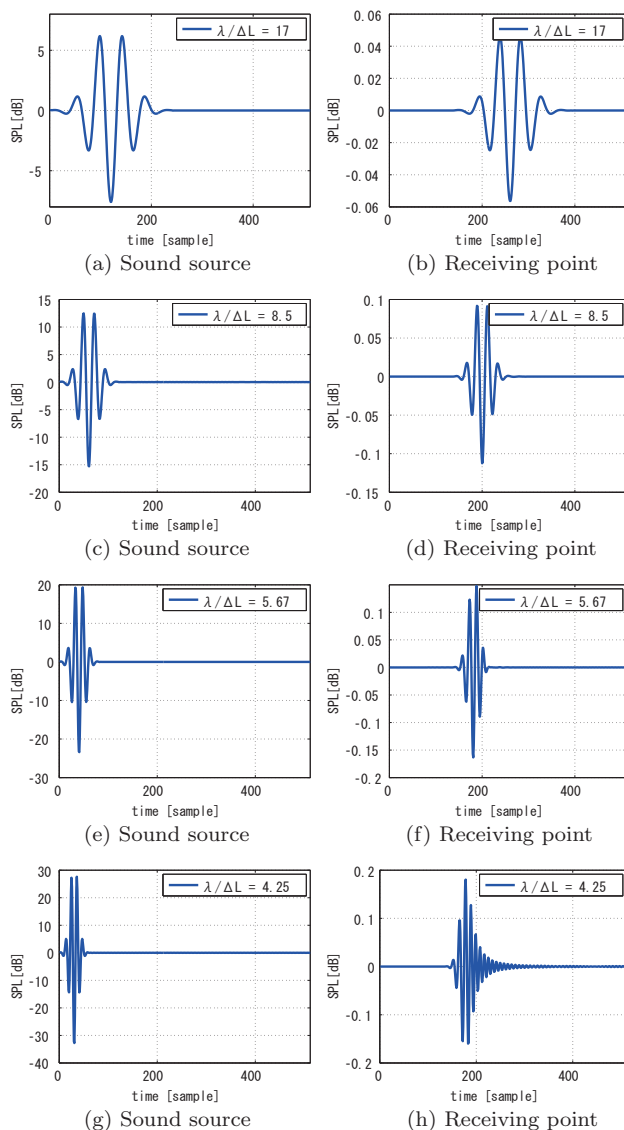


Fig. 1 Wave form on sound source and receiving points

いて音源波形が保たれているが、5.67, 4.25の場合は波形が崩れている様子が確認できる。

また、音源からの等距離にある評価点でも、音の伝播する方向によって、数値分散による計算誤差の差が生じる。Fig. 2に $\lambda/\Delta L = 5.67, 4.25, 3.40$ の時の瞬時音圧分布を示す。音源はガウシアン波形を用いた。点音源の伝播は同心円状であるべきだが、 $\lambda/\Delta L$ が小さくなるにつれて同心円状の波の形が崩れて円というより四角形に近くなっており、シミュレーションの精度が落ちていることが分かる。

本稿ではこの数値分散による誤差の対策として、 $\lambda/\Delta L$ の値を実験的に評価して適切に定めた。これに関しては次の章で詳

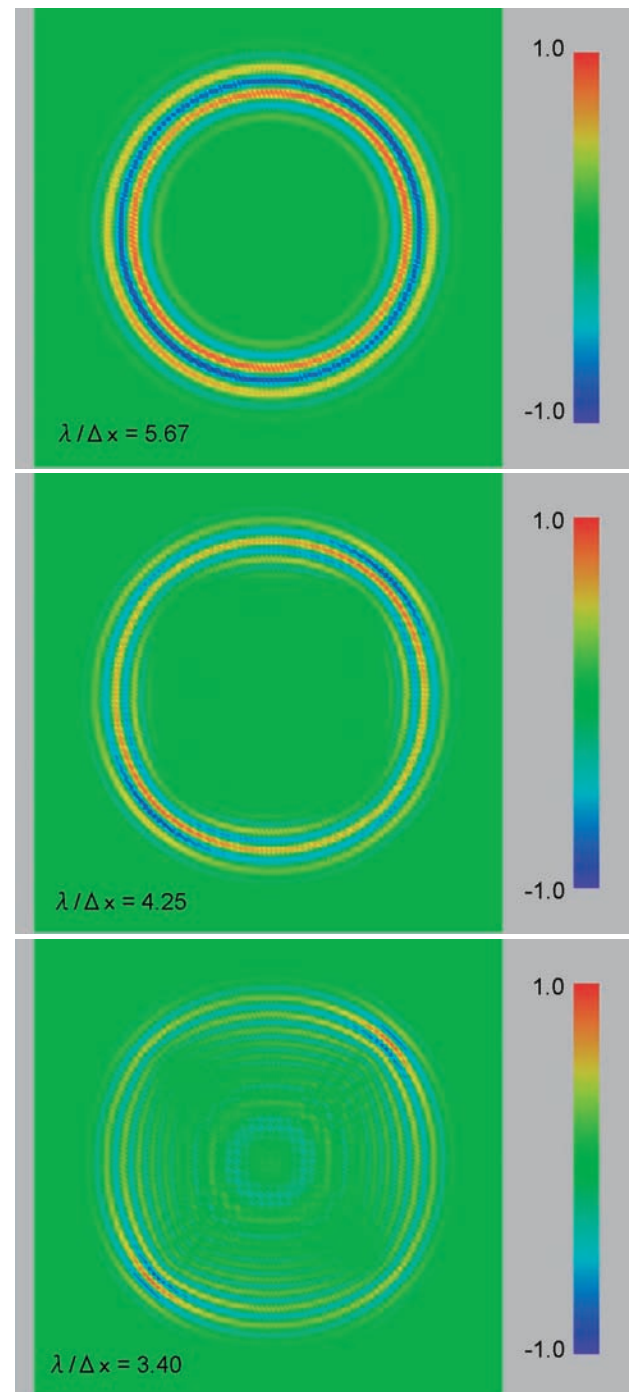


Fig. 2 Sound pressure distribution originated from a point source

しく述べる。

4. 自由音場における指向性再現のための精度検証実験

本章では指向性を再現するために重要な $\lambda/\Delta L$ の値について検討した。具体的には複数の周波数 (波長 λ) を含む音源信号を用いて観測信号の周波数特性から正確にシミュレーションされる周波数範囲から $\lambda/\Delta L$ の適切な値を検証した。その際、 ΔL を含め、シミュレーションに必要なパラメータは固定した。なお、Fig.1の結果より、評価点と音源の距離は数値分散の影響を検証する際のパラメータのひとつとなるが、簡単のため今研究では 1m と固定した。

4.1 パラメータ設定

主なパラメータとして空間格子間隔と格子数、計算ステップ間隔と計算時間ステップ数、計算領域の境界条件、音源の波形と周波数がある。固定された各パラメータを Table 1 にまとめた。

伝播方向による数値分散の影響の差を検証するためのパラメータ設定であるため、数値分散の影響そのものは比較的抑えたいので、従来研究 [[8]] より、 $\lambda/\Delta L > 4$ となるパラメータを設定した。他にも安定したシミュレーションをするためのパラメータ条件がいくつかあるので簡単に説明を行う。

4.1.1 CFL 条件

空間格子間隔を決める指標として、CFL 条件 (Courant-Friedrichs-Lewy Condition) がある。CFL 条件とは、ステップ間隔 Δt の間に波の進む距離は空間格子間隔 ΔL より小さくなるようにするというもので、これが満たされないと計算が発散する。3次元空間では式 6 で表される。

$$\Delta t < \frac{\Delta L}{\sqrt{3}c} \quad (6)$$

4.1.2 境界吸収条件

境界条件は PML (Perfect Matched Layer) 境界吸収条件とした。PML 境界吸収条件とは、境界に達した波が反射しないように完全整合層を付加するものである [9]。従来研究 [10] より、整合層の数が 20 以上あれば反射の起こらない境界条件を設定できるため、本研究では整合層の数を 20 とした。

4.1.3 TSP 音源

TSP (Time Stretched Pulse) は時間的に引き伸ばした正弦波 (スイープ信号) であり、TSP 応答に時間反転 TSP 信号を畳み込むことで引き伸ばされた信号からインパルス応答を求めることができる。TSP は円状畳み込みを行うため連続して 2 回生成した。本シミュレータへの TSP の適用については参考文献 [11] を参照されたい。

以下、Table ?? のパラメータ設定における TSP 波形を Fig. 3 に、音源から格子方向に 1m 離れた評価点 P_0 での応答と時間反転 TSP 信号を畳み込んで得られる応答波形を Fig. 4 に、応答波形の周波数特性を Fig. 5 に示す。周波数特性はほぼフラットであり、 $\lambda/\Delta L=4.25$ となる 4000Hz 程度までであれば良好な計算精度が得られていることが分かる。

4.2 結果

伝播方向による数値分散の影響の差を検証する。音源の周りに 15 度置きに一周 (計 24 点) の指向特性を Fig. 6 示す。この際 100, 500, 1000, 2000, 3000, 4000Hz の 6 種類の周波数を対象とした。自由音場での指向特性はフラットになることが望ましいが、高周波になるにつれて数値分散の影響の差が大きくなり、フラットにならなくなることが分かる。

更に P_0 から $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ ずらした点を P_1, P_2, P_3 として各点における音源の応答波形の周波数特性を Fig. 7 に示す。Fig. 7 より、等距離の評価点でも、周波数特性に誤差が生じていることが分かる。2000Hz ($\lambda/\Delta L=8.5$) までは誤差が少なく精度が良いことが分かる。それ以降で誤差が増加していき 4000Hz ($\lambda/\Delta L=4.25$) では最大誤差が 0.5dB となっている。

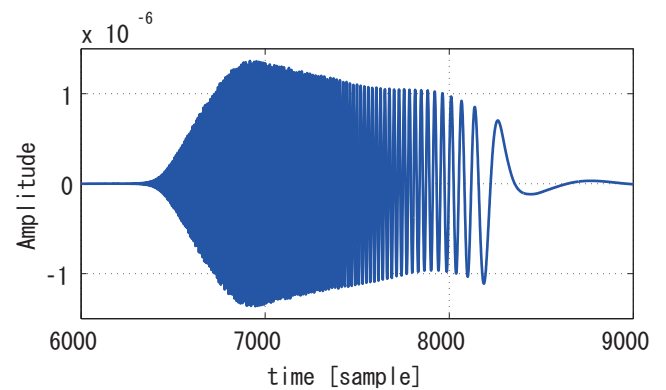


Fig. 3 Band-limited Time Stretched Pulse waveform (100~4000Hz)

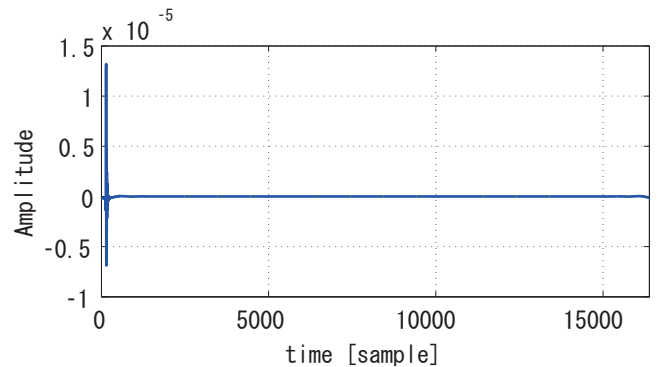


Fig. 4 Impulse response at P_0

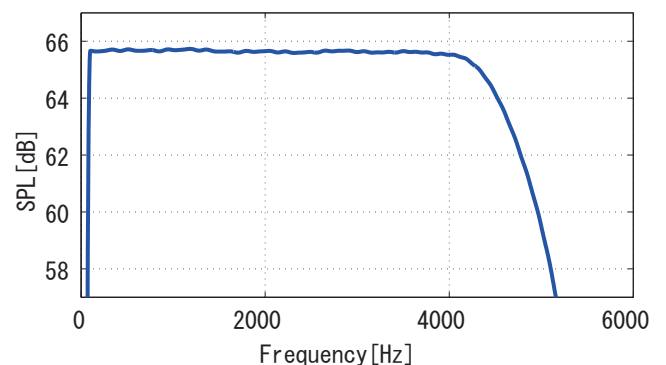


Fig. 5 Frequency response at P_0

Table 1 Parameter setting for simulation

Space	Grid interval	0.02[m]
	Number of grids	140 × 140 × 40
	Boundary condition	PML
Time	Time step interval	1/48000[sec]
	Number of time steps	32768
Sound source	Waveform	Time Stretched Pulse
	Bandwidth	100~4000[Hz]

5. スピーカー指向性の再現

5.1 実測データの収録条件

対象とする実環境の測定データについて説明する。測定は無響室で行った。スピーカー振動板の中心から1m離れた正面にマイクロホンを設置し、時計周りに水平面上で15°ずつスピーカーを回転させ、計24点でインパルス応答の測定した。スピーカーの仕様はTable 2にまとめた。音源にはTSPを用いた。長さ16384、サンプリング周波数48000[Hz]のTSPを3回出力し、同期加算してインパルス応答を求めた。

Table 2 Loudspeaker specification

Size	151 × 247 × 191[mm]
Bandwidth	70~18000[Hz]
Crossover frequency	3300[Hz]

5.2 シミュレーション条件

今研究では、スピーカーの指向性のシミュレーションを行う方法として、スピーカーモデルを考案した。スピーカーモデルは、立方体の剛体（完全反射障壁）から、半球をくり抜き、その部分の中心に点音源を置いたシミュレーション上のモデルであり、側面から見たときのモデル構築の様子をFig. 8に示す。また、寸法をFig. 9に示す。立方体の寸法と振動板の半径以外は実際のスピーカーの構造をかなり簡素にしたモデルとなっている。

5.3 結果

評価点をスピーカー正面の中央を中心とした半径1mの円周上に、スピーカーの正面を0°点として反時計回り15°毎に24点配置した(Fig. 10)。対象とする周波数は自由音場と同様に100, 500, 1000, 1500, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500Hzとした。指向特性グラフをFig. 11に示す。

Fig. 11より1500Hz($\lambda/\Delta L=11.3$)以下の低い周波数では実測に近い指向性を再現しているが、2000Hz($\lambda/\Delta L=8.5$)以上の高い周波数では、誤差が大きい結果も見受けられる。

6. まとめ

本研究では、差分法における指向性再現の問題点である伝播方向による計算精度の差について検証した。差分法において、計算精度は $\lambda/\Delta L$ の値に大きく依存し、同時に伝播方向による計算精度の差にも影響することが分かった。自由音場における点音源の無指向性のシミュレーションを行い、精度の良い計算が行える $\lambda/\Delta L$ の値を検証した。更に、応用としてスピー

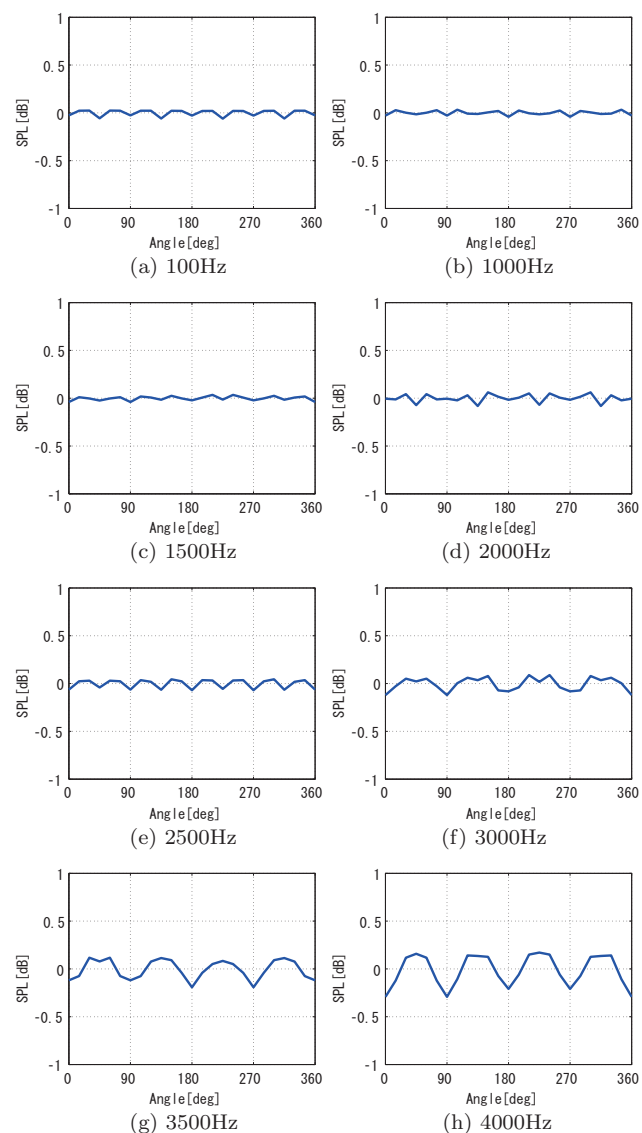
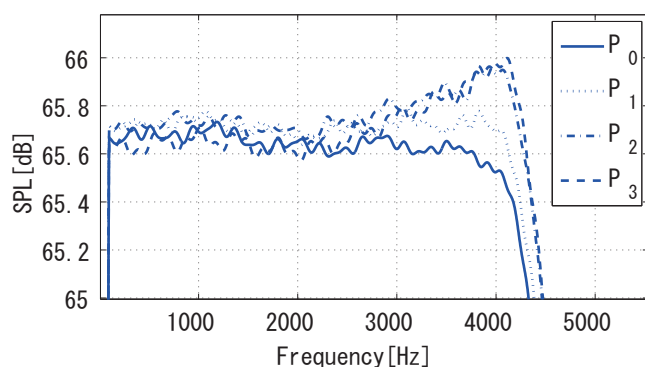


Fig. 6 Directivity patterns at a free acoustic field

Fig. 7 Frequency response of P_0, P_1, P_2, P_3

カの指向性を簡易なモデルを構築することでシミュレーションし、自由音場での指向性検証における精度の良い $\lambda/\Delta L$ の範囲では、スピーカの指向性を再現できることを示した。本研究では評価点を音源から1mの点で固定したが、この距離が増えれば数値分散の影響が大きくなるため精度確保に必要な $\lambda/\Delta L$

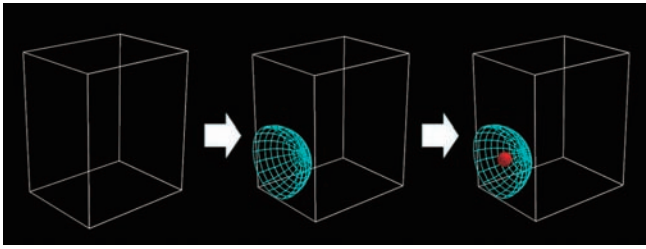


Fig. 8 Modelling a loud speaker

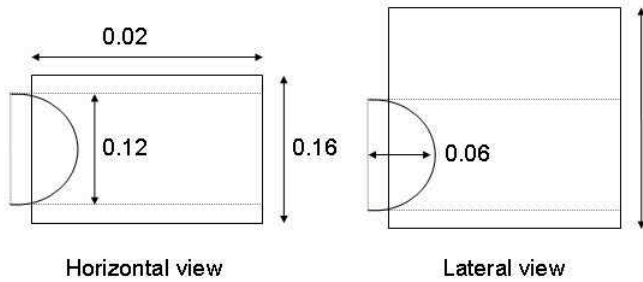


Fig. 9 Size of the loudspeaker model

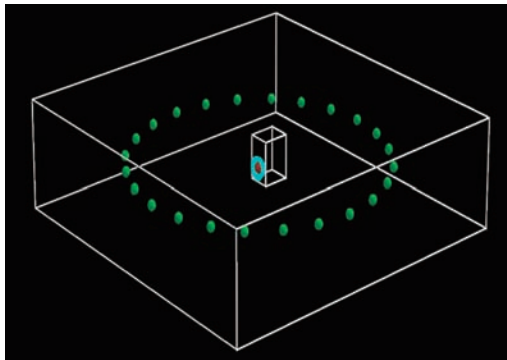


Fig. 10 Evaluation points for the loudspeaker model

の値は変わってくる。今後はこの点を踏まえて、音源から評価点までの距離もパラメータとして加え、厳密な数値的検証を行う必要がある。またスピーカーの指向性のシミュレーションに関して、指向性精度を特定の周波数において視覚的に判断したが、検証としては詳細ではないので、指向性評価のための数値的かつ理論的な評価手法を考案し、高精度な指向性音源の実現を目指したい。

謝辞

本研究を進めるにあたり、波動音響シミュレーションに関してご助言を頂いた日東紡音響エンジニアリングの鶴秀生博士と、波動数値解析に関してご助言を頂いた上智大学の大槻東巳教授に感謝致します。

文献

- [1] 星和磨, 羽入敏樹, 関口克明, "室形状の周波数別自動生成を組み込んだ音線法による音響シミュレーション", 日本建築学会環境系論文集, vol. 73, No. 625, pp. 267-274, 2008.
- [2] 西山恭平, 黒本荘一郎, "演奏者にとって好ましい舞台形状に関する研究: 指向性音源を用いた場合の幾何音響シミュレーションによる検討", 日本建築学会研究報告. 九州支部. 2, 環境系, pp. 105-108, 2006.
- [3] T. Otsuru, "Basic characteristics and accuracy of acoustic element using spline function in finite element sound field analysis", J. Acoust. Soc. Jpn (E), No. 21(2), pp. 87-95, 2000.
- [4] 広沢邦一, 藤原恭司, "波動理論に基づく任意吸音構造の吸音率推

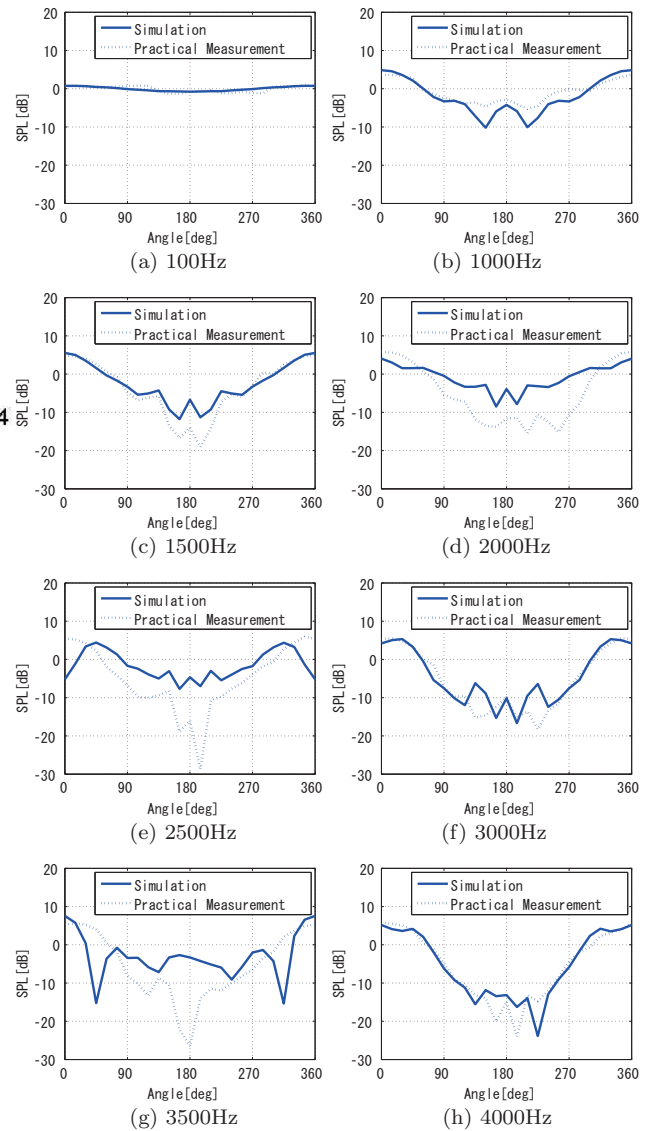


Fig. 11 Directivity patterns with the loudspeaker model

- 定", 日本音響学会誌, Vol. 61, No. 3, pp. 126-134, 2005.
- [5] 工藤祥典, 柏達也, 大谷忠生, "3次元音場解析のための Non-Standard FDTD 法及びその数値分散特性及び安定条件", 電子情報通信学会論文誌, J84-A(6), pp. 736-744, 2001.
- [6] S. K. Lele, "compact finite difference scheme with spectral-like resolution", J. Comput. Phys. 103, pp. 16-42, 1992.
- [7] 鶴秀生, 岩津玲磨, "音響シミュレーションにおけるコンパクト差分の精度向上", 電気情報通信学会技術研究報告, 107(469), pp. 13-18, 2008.
- [8] 鶴秀生, 岩津玲磨, "音響設計のための時間領域差分法の高精度化", RIMS 研究集会報告集, pp. 177-188, 2008.
- [9] J. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves", J. Comput. Phys. 114, pp. 185-200, 1994.
- [10] 鶴秀生, 廣澤邦一, 岩津玲磨, "時間領域差分法音響解析における不等間隔コンパクト差分と吸収境界条件の検討", 騒音振動研究会資料, No. 2005-60, 2005.
- [11] 鶴秀生, 岩津玲磨, "差分法によるインパルス応答の効率的計算手法", 日本音響学会 (春季) 講演論文集 1-3-7, 2009.